|  |  |
| --- | --- |
| https://lh5.googleusercontent.com/LOkjbM6r6lzrOFhLmL2mot5K66jRhOwxRI1u7MBfzru5tMVndhDcyDww1fuKd0UxYOuO-pd9mwcxsawiV_nlnKrOO2k1SldAjV1wIUFBuM6TC-L3rFh5mO0AxofMqk9of6p024Fx | **Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  **высшего образования**  **«Московский государственный технический университет**  **имени Н.Э. Баумана**  **(национальный исследовательский университет)»**  **(МГТУ им. Н.Э. Баумана)** |

**Факультет «Информатика, искусственный интеллект и системы управления»**

**Кафедра «Системы обработки информации и управления»**

Домашнее задание 2

по дисциплине «Архитектура АСОИУ»

на тему:

«Методы принятия решений в условиях неопределенности»

Выполнил:

студент группы ИУ5-23Б Пермяков Д.К.

Проверил:

к.т.н., доц., Г.И. Афанасьев

подпись, дата

2022 г.

Оглавление

1. Описание, общая математическая постановка задачи принятия решений в условиях неопределённости **3**

2. Критерий Лапласа (описание, общая математическая постановка задачи, пример с комментариями, решение примера с комментариями) **4**

3. Критерий оптимизма (описание, общая математическая постановка задачи, пример с комментариями, решение примера с комментариями) **6**

4. Критерий пессимизма Вальда (описание, общая математическая постановка задачи, пример с комментариями, решение примера с комментариями) **7**

5. Критерий Сэвиджа (описание, общая математическая постановка задачи, пример с комментариями, решение примера с комментариями) **9**

6. Критерий Гурвица (описание, общая математическая постановка задачи, примеры для коэффициентов доверия> 0,5 и <0,5 с комментариями, решение примеров с комментариями) **11**

**Описание, общая математическая постановка задачи принятия решений в условиях неопределённости**

Для решений практических задач в условиях риска известны оценки вероятностей, с которыми можно ожидать тот или иной исход событий при случайном выборе, однако зачастую с какой именно вероятностью можно ожидать возможные сценарии развития ситуаций. Математическую модель принятия решений при подобных условиях назовём методом принятия решений в условиях неопределённости.

Пусть лицо, принимающее решение (ЛПР), способно перечислить все возможные состояния внешней среды, однако в каком конкретном состоянии находится среда ЛПР доподлинно не известно. Пусть существует d таких состояний среды Е1,…, Еd, а из имеющихся альтернатив A1,…, Am требуется выделить наиболее предпочтительный вариант. Считается, что ЛПР самостоятельно или, привлекая экспертов, может каким-либо способом численно оценить так называемую частную эффективность или полезность yij = fj (Ai) варианта Ai для каждого j-состояния среды Ej, где i = 1, m, а j = 1, n.

Модель принятия решения в условиях полной неопределённости представляется матрицей полезности Y = (yij)mxd, где yij = fj (Ai), а i-строка матрицы соответствует вектору yi = (yi1,…, yid), составленному из значений функций полезности yij варианта Ai.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Y | E1 | E2 | … | Ed |
| A1 | y11 | y12 | … | y1d |
| … | … | … | … | … |
| Am | ym1 | ym2 | … | ymd |

Функция полезности (или частной эффективности) fj (Ai) варианта Ai в j-состоянии среды Ej характеризует возможность достижения цели, возможный доход или выигрыш, получаемый при выборе варианта Ai.

**Критерий Лапласа**

В условиях полной неопределённости наиболее предпочтительный для ЛПР вариант A\* определяется экстремальным значением обобщенного критерия качества решения, в роли которого выступает критерий равнозначности Лапласа

1. Критерий равнозначности Лапласа



Данный критерий применяется, если состояния внешней среды неизвестны, но их можно считать равновероятными. Он может быть применён, когда руководитель или любое другое лицо, принимающее решение, не может предпочесть ни одной гипотезы.

**Пример:** Некий гражданин N решает открыть собственный онлайн магазин по продаже техники. Он выдвигает несколько вариантов продажи:

– продажа смартфонов,

– продажа компьютеров,

– продажа компьютерных аксессуаров,

– продажа наушников,

– продажа +++ (то есть, продавать всё вместе).

Успех такого бизнеса зависит от того, как сложится ситуация на рынке предоставляемых услуг. Возможно 4 варианта развития ситуации, которые зависят от экономики страны и конкуренции:

– произойдёт экономический рост, не появится конкуренции,

– произойдёт экономический рост, появится конкуренция,

– произойдёт экономический спад, не появится конкуренции,

– произойдёт экономический спад, появится конкуренция.

Прибыль фирмы для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей Y = (млн.руб./год).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Y** |  |  |  |  |
|  | 40 | 20 | 15 | 8 |
|  | 26 | 10 | 6 | 3 |
|  | 5 | 4 | 2 | 1 |
|  | 10 | 7 | 5 | 2 |
|  | 5 | 4 | 3 | 1 |

**Решение:** критерий Лапласа основан на предположении, что каждый вариант развития ситуации равновероятен. Поэтому, для принятия решения, необходимо рассчитать функцию полезности () для каждой альтернативы, равную среднеарифметическому показателей привлекательности по каждому «состоянию природы»:

= (40+20+15+8) / 4 = 20,75

= (26+10+6+3) / 4 = 11,25

= (5+4+2+1) / 4 = 3

= (10+7+5+2) / 4 = 6

= (5+4+3+1) / 4 = 13

Выбирается та альтернатива, для которой функция полезности максимальна. Видно, что функция полезности максимальна для альтернативы , следовательно, её рациональнее всего принять.

**Критерий оптимизма**

Критерий оптимизма (**максимакса**) предполагает возможность получения максимального уровня желательности результата.



**Пример:** Некий гражданин N решает расширить своё состояние и открыть новый бизнес. Он решается отрыть своё собственное заведение. И перед ним стоит выбор услуги:

– мини бар,

– пиццерия,

– кофейня,

– стейк-хаус,

– ресторан.

Успех такого бизнеса зависит от того, как сложится ситуация на рынке предоставляемых услуг. Возможно 4 варианта развития ситуации.

– увеличится спрос на напитки, снизится на пищу

– увеличится спрос на напитки, увеличиться на пищу,

– уменьшится спрос на напитки, снизится на пищу,

– уменьшится спрос на напитки, увеличиться на пищу.

Прибыль фирмы для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей Y = (млн.руб./год).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Y** |  |  |  |  |
|  | 14 | 25 | 16 | 8 |
|  | 5 | 15 | 3 | 2 |
|  | 15 | 20 | 15 | 8 |
|  | 5 | 20 | 5 | 2 |
|  | 8 | 16 | 12 | 13 |

Наиболее простой критерий, основывающийся на идее, что ЛПР, имея возможность в некоторой степени управлять ситуацией, рассчитывает, что произойдет такое развитие ситуации, которое для него является наиболее выгодным. В соответствии с критерием принимается альтернатива, соответствующая максимальному элементу матрицы выигрышей. Для приведенного примера эта величина , поэтому выбираем альтернативу .

**Критерий пессимизма Вальда**

Критерий пессимизма Вальда, критерий **максимина** (принцип гарантированного результата). Он заключается в выборе в качестве оптимальной той альтернативы, которая имеет наибольшее среди наименее благоприятных состояний внешней среды значение функции полезности. Критерий Вальда лучше всего использовать тогда, когда организация желает свести риск от принятого решения к минимуму.



**Пример:** Жена гражданина N решила открыть свой салон красоты. И выбрала пять вариантов услуг:

– парикмахерская,

– педикюр,

– массаж,

– СПА и чистка кожи лица,

– Эпиляция.

Успех такого бизнеса зависит от того, как сложится ситуация на рынке предоставляемых услуг. Возможно 4 варианта развития ситуации.

– увеличится спрос на данную услугу, не изменился на остальные

– увеличится спрос на данную услугу, увеличиться на остальные,

– уменьшится спрос на данную услугу, не изменился на остальные,

– уменьшится спрос на данную услугу, увеличиться на остальные.

Прибыль фирмы для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей Y = (млн.руб./год).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Y** |  |  |  |  |
|  | 30 | 50 | 20 | 21 |
|  | 26 | 36 | 15 | 12 |
|  | 15 | 36 | 16 | 13 |
|  | 31 | 60 | 20 | 23 |
|  | 24 | 40 | 23 | 24 |

Данный критерий основывается на принципе максимального пессимизма, то есть на предположении, что скорее всего произойдет наиболее худший вариант развития ситуации и риск наихудшего варианта нужно свести к минимуму. Для применения критерия нужно для каждой альтернативы выбрать наихудший показатель привлекательности (наименьшее число в каждой строке матрицы выигрышей) и выбрать ту альтернативу, для которой этот показатель максимальный. Для нашего примера: , , , , . Видно, что наилучшим из наихудших показателей обладает альтернатива , для нее наибольшее.

**Критерий Сэвиджа**

Критерий Сэвиджа (**минимаксного сожаления**). Стратегия выбора по принципу Сэвиджа характеризует те потенциальные потери, которые организация будет иметь, если выберет неоптимальное решение.



Критерий Сэвиджа основан на принципе минимизации потерь, связанных с тем, что ЛПР принял не оптимальное решение. Для решения задачи составляется матрица потерь, которая называется матрицей рисков rij, которая получается из матрицы выигрышей yij путем вычитания из максимального элемента каждого столбца всех остальных элементов.

**Пример:** Бизнес гражданина N пошёл в гору, и он решил открыть свой автосалон и закупить определённые марки машин. У него стоит выбор пяти марок:

– BMW,

– Tesla,

– Mercedes,

– Skoda,

– VOLKSWAGEN.

Успех такого бизнеса зависит от того, как сложится ситуация на рынке предоставляемых услуг. Возможно 4 варианта развития ситуации.

– наложат санкции на данную марку, не наложат на другие,

– наложат санкции на данную марку, наложат на другие,

– снимут санкции с данную марки, не наложат на другие,

– снимут санкции с данной марки, наложат на другие.

Прибыль фирмы для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей Y = (млн.руб./год).

Исходная матрица:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Y** |  |  |  |  |
|  | 120 | 130 | 250 | 300 |
|  | 150 | 200 | 250 | 500 |
|  | 100 | 110 | 200 | 250 |
|  | 80 | 90 | 100 | 150 |
|  | 120 | 140 | 160 | 170 |

Матрица рисков:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Y** |  |  |  |  |
|  | 180 | 170 | 50 | 0 |
|  | 350 | 300 | 250 | 0 |
|  | 150 | 140 | 50 | 0 |
|  | 70 | 60 | 50 | 0 |
|  | 50 | 30 | 10 | 0 |

Далее, для каждой альтернативы определяем величины, равные максимальному риску (наибольшее число в каждой строке матрицы рисков) и выбираем ту альтернативу, для которой максимальный риск минимален. В нашем примере: b1 = 180, b2 = 350, b3 = 150, b4 = 70, b5 = 50 минимально b5 = 50. Принимаем альтернативу А5.

**Критерий Гурвица**

Критерий взвешенного оптимизма-пессимизма Гурвица. Данный критерий представляет собой комбинацию принципа гарантированного результата и принципа оптимизма. Коэффициент в критерии Гурвица выбирается из субъективных соображений: чем опаснее ситуация, тем больше руководитель или любое другое лицо, принимающее решение, желает подстраховаться.

**,**

где величина параметра γ задается ЛПР в пределах 0 ≤ γ ≤1.

**Пример:** Сын гражданина N работает разработчиком компьютерных игр. Он решил разработать свою игру и перед ним стоит выбор:

– карточная игра,

– игры кланов,

– развитие своей деревни,

– головоломки,

– квесты.

Успех такой игры зависит от того, как сложится ситуация на рынке предоставляемых услуг. Возможно 4 варианта развития ситуации.

– увеличиться спрос на данную игру, не изменится на остальные,

– увеличиться спрос на данную игру, увеличиться на остальные

– уменьшиться спрос на данную игру, не изменится на остальные

– уменьшиться спрос на данную игру, увеличиться на остальные

Прибыль фирмы для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей Y = (млн.руб./год).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Y** |  |  |  |  |
|  | 10 | 5 | 4 | 3 |
|  | 20 | 13 | 10 | 8 |
|  | 15 | 10 | 8 | 6 |
|  | 5 | 3 | 2 | 1 |
|  | 12 | 10 | 8 | 5 |

Это самый универсальный критерий, который позволяет управлять степенью «оптимизма - пессимизма» ЛПР. Введем некоторый коэффициент γ, который назовем коэффициентом доверия или коэффициентом оптимизма. Этот коэффициент можно интерпретировать как вероятность, с которой произойдет наилучший для ЛПР исход. Исходя из этого, наихудший вариант можно ожидать с вероятностью (1 - γ). Коэффициент доверия γ показывает, насколько ЛПР может управлять ситуацией и в той или иной степени рассчитывает на благоприятный для него исход. Если вероятности благоприятной и неблагоприятной ситуации для ЛПР равны, то следует принять γ = 0,5. Выбирается та альтернатива, для которой функция полезности максимальна. Предположим, что для нашего примера ЛПР достаточно уверен в положительном результате и оценивает вероятность максимального успеха в γ = 0,77. Тогда:

F1 = 10 \* 0,77 + 3 \* 0,23 = 8.39;

F2 = 20 \* 0,77 + 8 \* 0,23 = 17.42;

F3 = 15 \* 0,77 + 6 \* 0,23 = 12.93;

F4 = 5 \* 0,77 + 1 \* 0,23 = 4.08;

F5 = 12 \* 0,77 + 5 \* 0,23 = 10.39.

В соответствии с расчетами ЛПР следует выбрать альтернативу A2.

Если же, например, ЛПР не очень уверен в положительном исходе и расценивает его вероятность порядка γ = 0,20, то функции полезности равны:

F1 = 10 \* 0,2 + 3 \* 0,8 = 4;

F2 = 20 \* 0,2 + 8 \* 0,8 = 10.4;

F3 = 15 \* 0,2 + 6 \* 0,8 = 7.8;

F4 = 5 \* 0,2 + 1 \* 0,8 = 1.8;

F5 = 12 \* 0,2 + 5 \* 0,8 = 6.4.

Видно, что в этом случае следует принять A2, для которого функция полезности максимальна. Следует отметить, что при γ = 0, критерий Гурвица переходит в пессимистический критерий Вальда, а при γ = 1 – в критерий максимального оптимизма.